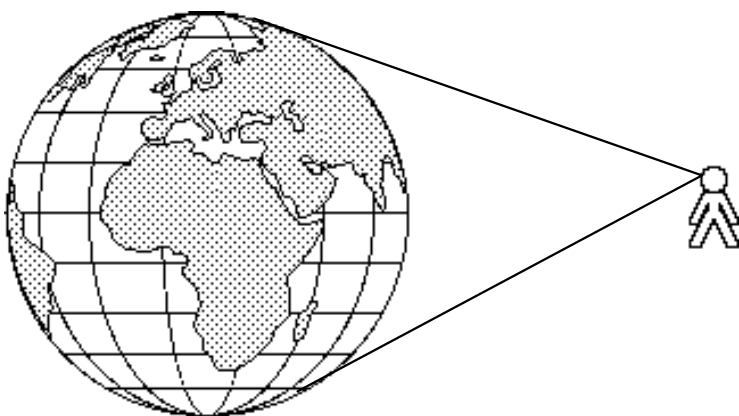


9

3° ESO

«En la resolución de todo problema hay un cierto descubrimiento»

Polya. Matemático



E
C
U
A
C
I
O
N
E
S

ÍNDICE:

ENIGMAS

1. EL LENGUAJE SIMBÓLICO O ALGEBRAICO

2. REGLAS DE TRASPOSICIÓN

3. ECUACIONES DE PRIMER GRADO

4. PROBLEMAS

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

ENIGMAS

1. LA CONTRASEÑA

El guardián de una muralla dice:

- DIECIOCHO
- nueve, —contesta el de fuera y le deja pasar—
- CATORCE —dice a un segundo—
- siete, —responde este y también pasa—

Un espía que escucha los diálogos cree haber encontrado la clave y se acerca a la puerta:

- DIEZ, —dice el guardián—
 - cinco, —responde él—. Pero es hecho preso.
- ¿Qué debía haber contestado?

2. EL TEXTO ANTIGUO

En un manuscrito antiguo aparece una multiplicación con bastantes números ilegibles. ¿Eres capaz de descifrarlos?

				1	
		x	3		2
				3	
	3		2		
	2		5		
1		8		3	0

3. DESCOLOCADOS

Calcula el valor de x, y, z según la información del recuadro:

x	y	z	
3	5	6	Hay un valor correcto y además en su sitio
1	4	7	Hay una cifra correcta pero no está en su sitio
8	4	2	Hay una cifra correcta y en su sitio
6	2	1	Hay una cifra correcta pero no está en su sitio
9	2	3	No hay ninguna cifra correcta











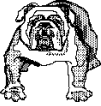





4. COMPLETAR

Has de completar la tabla de forma que sumando los números de dos casillas consecutivas obtengas el número de la siguiente:

1	2	3	4	5	6	7
5						81

5. ¿CUÁNTO VALE CADA UNO?

Sabiendo que las sumas por filas y columnas resultan los números que se indican.

				=13		=
				=?		=
				=18		=
=10	=?	=15	=10			=

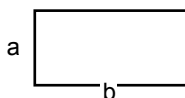
1. EL LENGUAJE SIMBÓLICO O ALGEBRAICO

• Es el que expresa relaciones numéricas en que intervienen cantidades variables o cantidades desconocidas (incógnitas). Por no tener un valor fijo; o bien, por ser desconocido se representan mediante letras.

- Esto ocurre en las fórmulas.

Un rectángulo tiene una base y una altura. Abreviadamente escribimos base— b — y altura — a —.

El área o superficie del rectángulo es la base por la altura. Esto sería una fórmula que abreviadamente escribimos $A = b \cdot a$



El área de un rectángulo es la base por la altura: $A = b \cdot a$

En este caso la medida de los lados se representan mediante letras porque son variables. Varían de un rectángulo a otro.

- Y también en las **ecuaciones**:

Un número (x) más el siguiente ($x + 1$) suman 15. ¿De qué números se trata?

Esto me da la ecuación siguiente:

$$x + (x + 1) = 15$$

Identidad

No hay que confundir una ecuación con una identidad.

Una identidad es una igualdad que siempre es cierta.

Identidad numérica: $8 + 4 = 12$

Identidad literal: $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

• El Álgebra es la parte de las matemáticas que estudia el lenguaje simbólico. Proviene del árabe y significa **restaurar** (en el siglo IX, el álgebra era entre los árabes el arte de restaurar y poner en su sitio los huesos rotos). Los barberos de la España del siglo XVI, que, además de dedicarse a afeitar, sacaban sangre y arreglaban huesos, solían tener un rótulo en sus locales que decía ALGEBRISTA Y SANGRADOR.

2. REGLAS DE TRASPOSICIÓN

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen la misma solución. Las reglas que vamos a ver ahora nos permiten pasar de una ecuación a otra equivalente.

- Son las reglas de paso de un miembro a otro de una ecuación o de una fórmula.
- Las reglas son estas:

1. Si un número está sumando a un miembro puede pasar al otro restándole.	$x + 4 = 7$	$x = 7 - 4$
2. Si un n^o está restando a un miembro pasará sumando al otro.	$3x - 5 = 12$	$3x = 12 + 5$

3. Si un nº está multiplicando a un miembro pasará dividiendo al otro miembro.	$3 \cdot (x-6) = 9$	$x - 6 = \frac{9}{3}$
4. Si dividiendo, multiplicando.	$\frac{5x-8}{3} = 6$	$5x - 8 = 6 \cdot 3$
5. Si se cambia de signo a un miembro también hay que cambiar al otro miembro.	$-8x + 5 = 2x - 9$	$+8x - 5 = -2x + 9$
6. Un nº que esté operando a los dos miembros de la misma forma se puede eliminar.	a) $5x - 8 = 6x - 8$ b) $(2x + 3) \cdot 4 = (-2 + x) \cdot 4$ c) $\frac{x+3}{7} = \frac{2x-9}{7}$	a) $5x = 6x$ b) $(2x + 3) = (-2 + x)$ c) $x + 3 = 2x - 9$

• Por ejemplo, vamos a aplicarlas sucesivamente para dejar sola a la x en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{5x+4}{2} &= 12 \xrightarrow{4. \text{ propiedad}} 5x+4 = 12 \cdot 2; & 5x+4 &= 24 \\ 5x+4 &= 24 \xrightarrow{1. \text{ propiedad}} 5x = 24 - 4; & 5x &= 20 \\ 5x &= 20 \xrightarrow{3. \text{ propiedad}} x = \frac{20}{5} = 4 \end{aligned}$$

• Prueba tú con la ecuación siguiente: $3x + 7 = 13$

• Álgebra es una palabra de origen árabe que significa precisamente trasposición de términos.

ECUACIÓN

Ecuación viene del término latino **aequatio**, que significa, igualación. Está pues emparentado con **igual** (aequis en latín). Es decir, con las palabras:

Ecuador: Igual distancia de los polos.

Equilátero: Tres lados iguales.

Equivalentes: Que tienen igual valor.

Una ecuación es una igualdad con incógnitas. Es decir, con valores desconocidos que representaremos con letras.

Llamaremos solución de una ecuación a aquellos valores que sustituidos en las incógnitas cumplan la igualdad.

Por ejemplo, $3x + 7 = 13$ es una ecuación.

$x = 2$ es una solución porque

$$3 \cdot 2 + 7 = 13$$

Resolver una ecuación es el proceso que seguimos para hallar el valor de la incógnita. La solución obtenida de una ecuación se comprueba sustituyendo su valor en la incógnita y viendo si se verifica la igualdad.

3. ECUACIONES DE PRIMER GRADO

- Son igualdades con incógnitas de grado 1.
- P. ejemplo: $3x + 7 = 13$
- Para resolverlas seguiremos en este orden los siguientes pasos (aunque no hagamos todos):

1. Operar los paréntesis.
2. Reducir a común denominador los dos miembros. Eliminarlos
3. Agrupar las x.
4. Despejar la x.
5. Comprobar la solución.

¡NUNCA DES MÁS DE UN PASO A LA VEZ!

- Ejemplo.-

Resolvemos la siguiente ecuación:

$$4x + 5 = 2(x + 3) + 7 \xrightarrow{\text{Quitar paréntesis}} 4x + 5 = 2x + 6 + 7$$

$$4x + 5 = 2x + 13 \xrightarrow{\text{Agrupar las x}} 4x - 2x = 13 - 5$$

$$2x = 8 \xrightarrow{\text{despejar la x}} x = \frac{8}{2} = 4 \quad x = 4$$

Comprobación:

$$4 \cdot 4 + 5 \stackrel{?}{=} 2(4 + 3) + 7; \quad 16 + 5 \stackrel{?}{=} 2 \cdot 7 + 7; \quad 21 \stackrel{?}{=} 14 + 7; \quad 21 = 21$$

- Otro ejemplo:

$$\frac{x+4}{2} + 1 = \frac{x}{3} + 4 \xrightarrow{\text{Común denominador}} \frac{3x+12}{6} + \frac{6}{6} = \frac{2x}{6} + \frac{24}{6}$$

$$\frac{3x+12+6}{6} = \frac{2x+24}{6} \xrightarrow{\text{quitar denominadores}} 3x+12+6 = 2x+24$$

$$3x+18 = 2x+24 \xrightarrow{\text{agrupar x}} 3x-2x = 24-18; \quad x = 6$$

Comprobación: $\frac{6+4}{2} + 1 \stackrel{?}{=} \frac{6}{3} + 4; \quad \frac{10}{2} + 1 \stackrel{?}{=} 2 + 4; \quad 5 + 1 \stackrel{?}{=} 2 + 4; \quad 6 = 6$

4. PROBLEMAS

Ejercicio

- Contexto matemático
- Tipo teórico
- Cuestión general

Problema

- Contexto real
- Tipo práctico
- Cuestión particular, concreta.

- Un problema científico es cualquier situación que contiene algún valor desconocido (incógnita) del que se tienen ciertos datos.
- Resolver el problema es hallar el valor de la incógnita que cumple las condiciones.
- ¿CÓMO SE RESUELVEN?

Hay que seguir estos cuatro pasos:

1º. PLANTEAMIENTO: <ul style="list-style-type: none"> • Localizar la incógnita y asignarle la x. • Expresar el enunciado en función de ella. • Plantear la ecuación. 	2º. RESOLUCIÓN: <ul style="list-style-type: none"> • Resolver la ecuación.
3º. SOLUCIÓN: <ul style="list-style-type: none"> • Redactar la solución. 	4º. COMPROBACIÓN: <ul style="list-style-type: none"> • Comprobar que la solución es válida.

- Ejemplo 1:

La suma de dos números consecutivos es 25. ¿Cuánto vale cada uno?

PLANTEAMIENTO	RESOLUCIÓN:	SOLUCIÓN:	COMPROBACIÓN
1. Número desconocido: x . 2. Número siguiente: $x + 1$ 3. Ecuación: $x + (x + 1) = 25$	$2x + 1 = 25$	Redactar la solución: Los números que cumplen las condiciones son	

- Ejemplo 2:

Pagué 132 Pts por el precio de un artículo más el 10% de IVA. ¿Cuánto valdrá sin IVA?

PLANTEAM.	RESOLUCIÓN:	SOLUCIÓN:	COMPROB.
1. Precio sin IVA: x . 2. IVA: 10% de x $= \frac{10}{100} \cdot x$ 3. Ecuación: $x + \frac{10}{100} \cdot x = 132$			

SIEMPRE DEBES SEGUIR ESTOS PASOS Y PONERLOS EN EL CUADERNO.



ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Un ejemplo de esquema matemático:

1 Lenguaje algebraico: <ul style="list-style-type: none">• Relaciones numéricas entre cantidades variables o desconocidas. Se representan mediante letras.• Ocurre en las fórmulas. $A = b \cdot a$• En las ecuaciones: $x + (x+1) = 15$	2 Operación fundamental: <ul style="list-style-type: none">• Divide a la expresión en dos partes.• $\frac{3x + 1}{2} + 4$ La suma.		
3 Reglas de trasposición: <ul style="list-style-type: none">• Reglas de paso de un miembro a otro.• Sólo se puede pasar al otro miembro lo que forme parte de la operación fundamental• Son: 1. Sumando —> restando 2. Restando —> sumando. 3. Multiplicando —>dividiendo. 4. Dividiendo —> multiplicando. 5. Cambio de signo dos miembros. 6. Se puede eliminar números que estén operando de la misma forma.	4 Ecuaciones de primer grado <ul style="list-style-type: none">• Son igualdades con incógnitas de grado 1. P. ejemplo: $3x + 7 = 13$• La solución es el valor de x que verifica la igualdad.• Pasos para resolverla: 1. Operar los paréntesis. 2. Reducir a común denominador los dos miembros. Eliminarlos 3. Agrupar las x. 4. Despejar la x.		
5 Problemas <ul style="list-style-type: none">• Situación que contiene algún valor desconocido (incógnita) del que se tienen ciertos datos.• Hay que seguir estos cuatro pasos: <i>Dos números consecutivos que suman 25:</i>			
PLANTEAMIENTO 1. Número desconocido: x . 2. Número siguiente: $x + 1$ 3. Ecuación: $x + (x + 1) = 25$	RESOLUCIÓN: $2x + 1 = 25$ $2x = 25 - 1$ $2x = 24$ $x = \frac{24}{2} = 12$	SOLUCIÓN: Redactar la solución: Los números que cumplen las condiciones son el $x = 12$ y el $x + 1 = 13$	COMPROBACIÓN $12 + 13 = 25$